ISRAEL JOURNAL OF MATHEMATICS, Vol. 44, No. 3, 1983

LA STRUCTURE DES ESPACES DE BANACH RETICULES AYANT LA PROPRIETE DE RADON-NIKODYM

PAR
MICHEL TALAGRAND

ABSTRACT
A separable Banach lattice has the Radon–Nikodym property if and only if it is isometrically the dual of a Banach lattice.

On dit qu'un espace de Banach E possède la propriété de Radon–Nikodym (RN) si tout convexe fermé borné de E possède des tranches non vides de diamètre arbitrairement petit. Il est connu de longue date qu'un dual séparable possède la propriété RN, et donc que tous ses sous-espaces la possèdent également. Ce n'est que récemment qu'ont été construit des espaces de Banach séparables qui possèdent la propriété RN sans être sous-espaces de duaux séparables [1] [6]. Ces espaces sont très différents d'espaces réticulés. Le problème de savoir si un espace réticulé séparable possèdant la propriété RN est sous-espace d'un dual séparable restait donc ouvert. L'auteur a construit [8] un espace de Banach réticulé séparable et dual, qui n'est pas le dual d'un espace complètement réticulé. Cet exemple montre qu'un espace de Banach réticulé possèdant la propriété RN n'est pas de façon canonique un dual; on pouvait donc penser qu'en général ce ne serait pas un dual. C'est pourquoi le résultat suivant est assez surprenant.

THÉORÈME. *Un espace de Banach réticulé séparable possède la propriété de Radon–Nikodym si et seulement s'il est isométrique au dual d'un espace de Banach réticulé.*

Il convient de souligner que le prédual n'étant pas en général unique, ou canonique en aucune façon, ce résultat ne constitue pas un critère efficace pour déterminer si un espace réticulé séparable possède la propriété RN. Le critère le

Reçu le 18 février 1982

plus utile reste donc sans doute la dentabilité pour l'ordre introduite dans [3]. Rappelons que l'on dit qu'un espace réticulé E ayant un point quasi-intérieur u est dentable pour l'ordre si pour tout ensemble convexe borné fermé héréditaire (c'est-à-dire tel que $x \in C$, $0 \leqq y \leqq x \Rightarrow y \in C$) C de E^+ avec $C \neq \{0\}$, il existe un entier n tel que

$$C \neq \overline{\mathrm{conv}}\{x \in C; \|x \wedge u\| \leqq n^{-1}\}.$$

Il est facile de montrer [2] que si E possède la propriété RN, il est dentable pour l'ordre. D'autre part, si E possède la propriété RN, il ne contient pas $c_0 = c_0(\mathbf{N})$. Nous allons montrer qu'un espace de Banach E réticulé séparable dentable pour l'ordre et ne contenant pas c_0 est un dual; ceci redémontre donc le fait, prouvé dans [3], que E possède alors la propriété RN.

1ère étape. D'après [4], p. 25, il existe un espace measuré (Ω, Σ, μ) tel que E puisse s'identifier à un idéal d'ordre de $L^1 = L^1(\Omega, \Sigma, \mu)$, de sorte que les conditions suivantes soient vérifiées, où $\|\cdot\|$ désigne la norme de E et $N(\cdot)$ la norme duale de E'.

(1) On a $L^\infty \subset E$, et L^∞ est dense dans E.

(2) Pour $f \in L^\infty$, $\|f\|_1 \leqq \|f\| \leqq 2\|f\|_\infty$.

Le dual de E s'identifie à l'ensemble des fonctions μ-mesurables g telles que

(3) $$\sup\left\{\int fg d\mu ; \|f\| \leqq 1\right\} < +\infty$$

et ce sup égale $N(g)$.

De plus, la norme de E étant continue en ordre, on a

(4) $$\forall \alpha > 0, \quad \exists \varepsilon > 0, \quad \forall f \in E, \quad 0 \leqq f \leqq 1, \quad \|f\|_1 \leqq \varepsilon \Rightarrow \|f\| \leqq \alpha.$$

En effet, dans le cas contraire, il existe $\alpha > 0$ et une suite (f_n) avec $\|f_n\|_1 \leqq 2^{-n}$ et $\|f_n\| \geqq \alpha$. Alors si on pose $g_n = \mathrm{Sup}\{f_p ; p \geqq n\}$, on a $\|g_n\| \geqq \alpha$ et $g_n \downarrow 0$, ce qui est absurde.

Il est clair que l'on peut supposer Σ dénombrablement engendrée.

Pour $f \in E$ et $n \in \mathbf{N}$, on a $\||f| \wedge n\|_1 \leqq \||f| \wedge n\| \leqq \|f\|$. On a donc $\|f\|_1 \leqq \|f\|$. Ceci montre grâce à (3) que $L^\infty \subset E'$, et que pour $g \in L^\infty$, on a $N(g) \leqq \|g\|_\infty$.

Soit C un sous-ensemble convexe fermé héréditaire de E^+. On va montrer qu'il existe une partie dénombrable D de E', formée de fonctions ne prenant qu'un nombre fini de valeurs, telle que

(5) $$C = \{f \in L^1 ; \forall g \in D, \langle g, f\rangle \leqq 1\}.$$

Soit d'abord $\mathscr{A}_1$ une sous-algèbre dénombrable de Σ engendrant Σ. Soit D_1 l'ensemble des fonctions $-n\chi_A$ pour $n \in \mathbf{N}$, $A \in \mathscr{A}_1$. Soit (f_n) une suite dense de $E^+ \setminus C$. Soit d_n la distance de f_n à C. On voit sans peine que c'est aussi la distance de f_n à $C - E^+$. Si B désigne la boule unité ouverte de E, les ensembles ouverts convexes $C - E^+ + (d_n/3)B$ et $f_n + (d_n/3)B$ sont disjoints.

Il existe donc $h_n \in E'$, et $\alpha < \beta$ avec

$$x \in C - E^+ + \frac{d_n}{3}B \Rightarrow h_n(x) \leqq \alpha; \qquad x \in f_n + \frac{d_n}{3}B \Rightarrow h_n(x) \geqq \beta.$$

Il est clair que $\alpha > 0$ et $h_n \geqq 0$. On peut donc supposer $\alpha < 1 < \beta$. En général, h_n n'est pas bornée; mais on peut néanmoins l'approcher arbitrairement en norme $\|\cdot\|_\infty$ par une fonction positive qui pour tout $a > 0$ ne prenne qu'un nombre fini de valeurs appartenant à l'intervalle $[0, a]$. Il existe donc une fonction g_n de ce type telle que

$$x \in C \Rightarrow g_n(x) \leqq 1; \qquad x \in f_n + \frac{d_n}{3}B \Rightarrow g_n(x) > 1.$$

Posons $D_2 = \{g_n \wedge k; k, n \in \mathbf{N}\}$. Remarquons pour utilisation dans la sixième étape, que $N(g_n) \leqq 1$. Posons $D = D_1 \cup D_2$. Pour $x \in C$, on a $(g_n \wedge k)(x) \leqq g_n(x) \leqq 1$. On a donc

$$C \subset \{f \in L^1; \forall g \in D, \langle g, f\rangle \leqq 1\}.$$

Soit d'autre part $f \in L^1$ telle que $\langle g, f\rangle \leqq 1$ $\forall g \in D$. On a donc $\int_A f d\mu \geqq 0$ $\forall A \in \mathscr{A}_1$, donc $f \geqq 0$. Soit p fixé. Montrons que $f \wedge p \in C$. Dans le cas contraire, il existe n tel que $f \wedge p \in f_n + (d_n/3)B$. On a donc $g_n(f \wedge p) > 1$. Il existe donc k tel que $(g_n \wedge k)(f \wedge p) > 1$. On a donc $(g_n \wedge k)(f) > 1$ puisque $g_n \wedge k \geqq 0$, ce qui est absurde. Mais alors la suite $(f \wedge p)_p$ étant croissante bornée en norme est convergente puisque E ne contient pas c_0. Sa limite est égale à son sup, c'est-à-dire à f, et ainsi $f \in C$.

2ème étape. On va montrer comment utiliser le fait que E est dentable pour l'ordre. Soit C la boule unité positive de E. Pour un ordinal α et un entier n, définissons l'ensemble $C(\alpha, n)$ par les relations de récurrence suivantes:

(5′) $$C(0,0) = C.$$

(6) $$\forall \alpha, \quad \forall n, \quad C(\alpha, n) = \overline{\mathrm{conv}}\{x \in C_\alpha; \|x \wedge 1\| \leqq 1/n\}.$$

(7) $$\forall \alpha, \quad C(\alpha + 1, 0) = \bigcap_n C(\alpha, n).$$

$$\text{Si } \alpha \text{ est limite, } C(\alpha,0) = \bigcap_{\gamma<\alpha} C(\gamma,0). \tag{8}$$

On voit par induction que $C(\alpha,n)$ est un convexe fermé borné héréditaire de E'. D'autre part, le fait que E est dentable pour l'ordre implique que $C(\alpha,0) \neq \{0\} \Rightarrow C(\alpha+1,0) \neq C(\alpha,0)$. La topologie de E étant à base dénombrable, il existe un ordinal dénombrable α_0 tel que $C(\alpha_0,0) = \{0\}$.

Pour chaque (α,n), où $\alpha \leqq \alpha_0$, existe une partie dénombrable $D_{\alpha,n}$ de E', formée de fonctions ne prenant qu'un nombre fini de valeurs, et telles que

$$C(\alpha,n) = \{f \in L^1; \forall g \in D_{\alpha,n}, \langle f,g\rangle \leqq 1\}. \tag{9}$$

On fixe une algèbre dénombrable $\mathcal{A}$ qui engendre Σ, et qui rend mesurables toutes les fonctions g qui appartiennent à un ensemble $D_{\alpha,n}$ pour $\alpha \leqq \alpha_0$ et $n \in \mathbf{N}$.

On désigne par A l'ensemble des fonctions $\mathcal{A}$-mesurables qui ne prennent qu'un nombre fini de valeurs, muni de la norme $\|\cdot\|_\infty$. On désigne par M le dual de A. Si on identifie A à l'algèbre des ouverts-fermés d'un compact totalement discontinu K, M s'identifie à l'espace des mesures sur K, et puisque A engendre Σ, l'espace L^1 s'identifie à une bande de M.

On désigne par τ la topologie $\sigma(M,A)$. Chaque ensemble $C(\alpha,n)$ est τ-fermé dans L^1.

3ème étape. Pour un convexe C de E, et un ensemble mesurable X de Ω, désignons par C_X l'ensemble des f de C qui sont nulles sur $\Omega \setminus X$. Voici le point crucial.

LEMME 1. *Soit (C_n) une suite décroissante de convexes bornés et τ-fermés de E, contenant 0. Soit $g \in A$. Supposons que $g(f) \leqq \alpha$ pour $f \in \bigcap C_n$. Alors pour tout $\varepsilon > 0$ il existe un ensemble $X \in \mathcal{A}$ tel que $\mu(X) \geqq 1-\varepsilon$ et que pour tout $\nu \in M$ on ait*

$$\nu \in \bigcap_n \bar{C}_{n,X} \Rightarrow \nu(g) \leqq \alpha + \varepsilon$$

ou l'adhérence est prise pour τ dans M.

PREUVE. On peut supposer C_n contenu dans la boule unité de E, et $\alpha + \varepsilon/2 = 1$. Désignons par U la boule unité de L^∞. Sur U, la topologie τ est séparée et moins fine que $\sigma(L^\infty, L^1)$; ainsi U est compacte pour τ. Soit $a > 0$ tel que $\varepsilon^2 a \geqq 1$. Posons

$$H = \{h \in aU; g(h) \geqq 1\}.$$

Cet ensemble est convexe et τ-compact. On a $g \leqq \alpha$ sur $\bigcap C_n$, donc $H \cap \bigcap_n C_n = \emptyset$. Puisque chaque C_n est τ-fermé, il existe n tel que $C_n \cap H = \emptyset$. Appliquons le théorème de Hahn–Banach à l'espace (E, τ). Il existe $g' \in A$ et $\beta \in \mathbf{R}$ tels que

$$f \in C_n \Rightarrow g'(f) < \beta, \qquad f \in H \Rightarrow g'(f) > \beta. \tag{10}$$

Puisque $0 \in C_n$, on a $\beta > 0$. On peut donc supposer $\beta = 1$. Pour un ensemble V de E (resp. A) désignons par V^0 son polaire dans A (resp. E).

Pour $f \in aU$, on a

$$g'(f) \leqq 1 \Rightarrow g(f) \leqq 1,$$

c'est-à-dire que si $Q = \{f \in E; g'(f) \leqq 1\}$, on a

$$g \in (aU \cap Q)^0 = \overline{\mathrm{conv}}((aU)^0 \cup (Q^0)).$$

Or $Q^0 = \{\lambda g'; \lambda \in [0,1]\}$ étant $\sigma(A, E)$ compact on a $g \in \mathrm{conv}((aU)^0 \cup Q^0)$. Il existe donc $\lambda \in [0,1]$ et $g'' \in (aU)^0$ tels que $g = g'' + \lambda g'$. Puisque $g'' \in (aU)^0$, on a $\|g''\|_1 \leqq a^{-1} \leqq \varepsilon^2/2$. Posons

$$X = \left\{ t \in \mathscr{A}; |g''| \leqq \frac{\varepsilon}{2} \right\}.$$

On a $X \in \mathscr{A}$ et $\mu(X) \geqq 1 - \varepsilon$.

Pour $f \in C_{n,X}$, on a donc, puisque $\|f\|_1 \leqq 1$:

$$g(f) \leqq \lambda g'(f) + \int_X g'' f d\mu \leqq \lambda g'(f) + \frac{\varepsilon}{2} \leqq \lambda + \frac{\varepsilon}{2} \leqq 1 + \frac{\varepsilon}{2} = \alpha + \varepsilon.$$

On a donc $\nu(g) \leqq \alpha + \varepsilon$ pour $\nu \in \bigcap_n \bar{C}_{n,X}$ ce qui est le résultat cherché.

Désignons par $\mathscr{A}_\infty$ l'ensemble des intersections dénombrables d'éléments de $\mathscr{A}$.

LEMME 2. *Soit (C_n) une suite décroissante de convexes bornés et τ-fermés de E^+ contenant zéro. Soit $\varepsilon > 0$. Il existe alors un ensemble $X \in \mathscr{A}_\infty$ tel que $\mu(X) \geqq 1 - \varepsilon$ et que*

$$\bigcap_n \bar{C}_{n,X} \subset \overline{\bigcap \bar{C}_n}.$$

PREUVE. Soit (g_p) une énumération du sous-ensemble de $\mathscr{A}$ formé des fonctions à valeurs dans $\mathbf{Q}$. D'après le lemme 1 il existe pour tout $p \geqq 1$ et tout $k \geqq 1$ un ensemble $X(p,k) \in \mathscr{A}$ avec $\mu(X(p,k)) \geqq 1 - \varepsilon 2^{-p-k}$ et

$$\mathrm{Sup}\left\{ \nu(g_p); \nu \in \bigcap_n \bar{C}_{n,X(p,k)} \right\} \leqq \alpha_p + 2^{-k}$$

où $\alpha_p = \operatorname{Sup}\{g_p(f); f \in \bigcap_n C_n\}$. Posons $X = \bigcap_{p,k} X(p,k)$. On a $\mu(X) \geqq 1-\varepsilon$. De plus, pour tout p, on a

$$\operatorname{Sup}\left\{\nu(g_p); \nu \in \bigcap_n \bar{C}_{n,X}\right\} \leqq \alpha_p.$$

Le théorème de Hahn Banach montre alors que $\bigcap_n \bar{C}_{n,X} \subset \overline{\bigcap_n C_n}$.

4ème étape. Désignons par N la bande étrangère à E dans M. On va prouver par induction sur α l'assertion suivante:

(H_α): Pour tout ensemble $Y \in \mathcal{A}_\infty$, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un ensemble $X \in \mathcal{A}_\infty$ avec $\mu(X) \geqq 1-\varepsilon$ tel que $\bar{C}_{X\cap Y} \cap N \subset \bar{C}_Y(\alpha, 0)$.

Pour $\alpha = 0$, ceci est vrai avec $X = \Omega$. Supposons prouvé que (H_β) est vraie pour tout ordinal $\beta < \alpha$.

Remarquons d'abord que pour $Y \in \mathcal{A}_\infty$, l'ensemble

$$E_Y = \{f \in E; |f| = 0 \text{ sur } \Omega \setminus Y\}$$

est τ-fermé. En effet, si on écrit $\Omega \setminus Y = \bigcup_n Z_n$, où la suite est croissante et où $Z_n \in \Omega$, on a

$$E_Y = \left\{f \in E; \forall n, \forall T \in \mathcal{A}, \int_{T\cap Z_n} f d\mu = 0\right\}.$$

Ainsi chaque convexe $C_Y(\alpha, n) = E_Y \cap C(\alpha, n)$ est τ-fermé.

1er cas. α est un ordinal limite. Soit (α_n) une suite croissante d'ordinaux $< \alpha$ de supremum α. D'après le lemme 2, il existe $X_0 \in \mathcal{A}_\infty$ tel que $\mu(X_0) \geqq 1 - \varepsilon/2$ et que

$$\bigcap_n \bar{C}_{X_0\cap Y}(\alpha_n, 0) \subset \overline{\bigcap_n C_Y(\alpha_n, 0)} = \bar{C}_Y(\alpha, 0).$$

D'après (H_{α_n}), il existe $X_n \in \mathcal{A}_\infty$ avec

$$\mu(X_n) \geqq 1 - 2^{-n-2}\varepsilon \quad \text{et} \quad \bar{C}_{X_n\cap Y} \cap N \subset \bar{C}_{X_0\cap Y}(\alpha_n, 0).$$

Si on pose $X = X_0 \cap \bigcap_n X_n$, on a $X \in \mathcal{A}_\infty$ et $\mu(X) \geqq 1-\varepsilon$. De plus on a

$$\bar{C}_{X\cap Y} \cap N \subset \bigcap_n \bar{C}_{X_n\cap Y} \cap N \subset \bigcap_n \bar{C}_{X_0\cap Y}(\alpha_n, 0) \cap N \subset \bar{C}_Y(\alpha, 0) \cap N$$

ce qui prouve (H_α).

2ème cas. α est de la forme $\beta + 1$. On a $C(\alpha, 0) = \bigcap_n C(\beta, n)$, donc

$C_Y(\alpha,0) = \bigcap_n C_Y(\beta,n)$. D'après le lemme 2, il existe $X_1 \in \mathscr{A}_x$ tel que $\mu(X_1) \geqq 1-\varepsilon/2$, et que $\bigcap_n \bar{C}_{X_1\cap Y}(\beta,n) \subset \bar{C}_Y(\alpha,0)$. D'après ($H_\alpha$), il existe $X_2 \in \mathscr{A}_x$ avec

$$\mu(X_2) \geqq 1-\varepsilon/2 \quad \text{et} \quad \bar{C}_{X_2\cap Y} \cap N \subset \bar{C}_Y(\beta,0).$$

Posons $X = X_1 \cap X_2$. Alors $\mu(X) \geqq 1-\varepsilon$.

Soit $\nu \in \bar{C}_{X\cap Y} \cap N = C_Y(\beta,0) \cap C_{X\cap N}$. Soit $f_n \in C_{X\cap Y} \cap C_Y(\beta,0)$ avec $f_n \xrightarrow{\tau} \nu$. Puisque $\nu \in N$, pour tout $\eta > 0$ il existe $T \in \mathscr{A}$ avec $\mu(T) \leqq \eta$ et $\nu(\Omega \setminus T) \leqq \eta$. Si ν' désigne la restriction de ν à T, et $f'_n = f_n\chi_T$, on a $f'_n \xrightarrow{\tau} \nu'$. D'autre part on a $\|f'_n \wedge 1\|_1 \leqq \mu(T) \leqq \eta$, donc d'après (4) si η est assez petit on a $\|f'_n \wedge 1\| \leqq 1/p$ pour un entier donné p. On en déduit que $f'_n \in C_{X\cap Y}(\beta,p)$. On a donc $\nu' \in \bar{C}_{X\cap Y}(\beta,p)$. Puisque η est arbitraire, on a $\nu \in \bar{C}_{X\cap Y}(\beta,p)$ pour tout p. On a alors

$$\nu \in \bigcap_p \bar{C}_{X\cap Y}(\beta,p) \subset \bar{C}_Y(\alpha,0)$$

ce qui prouve le deuxième cas.

5ème étape. D'après (H_{α_0}), et puisque $C(\alpha_0,0) = \{0\}$, il existe $X \in \mathscr{A}_x$ avec $\mu(X) \geqq \frac{1}{2}$ et $\bar{C}_X \cap N = \{0\}$. Puisque C_X est héréditaire, $\bar{C}_X$ est héréditaire. On a donc $\bar{C}_X \subset L^1$. D'autre part puisque C et E_X sont τ-fermés, on a $\bar{C}_X \subset C \cap E_X = C_X$. Ainsi C_X est τ-fermé dans M, donc τ-compact. Désignons par A_X l'ensemble des fonctions $g\chi_X$ pour $g \in A$. C'est un sous-espace de

$$E'_X = \{g \in E'; |g| = 0 \text{ sur } \Omega \setminus X\}.$$

On muni A_X de la norme induite par E'. Puisque la boule unité positive de E_X, qui n'est autre que C_X, est τ-compacte, la boule unité de E_X est τ-compacte. Ainsi E_X est le dual de A_X.

6ème étape. Si on pose $Y = \Omega \setminus X$, on a encore, pour tout (α,n),

$$C_Y(\alpha,n) = \{f \in L^1(Y); \forall g \in D(\alpha,n), g(f) \leqq 1\}$$

pour une partie dénombrable $D(\alpha,n)$ de $A_Y = \{g\chi_Y; g \in A\}$. Ainsi A_Y jouit vis à vis E_Y des propriétés de A vis à vis de E. On peut donc par itération du procédé de la 5ème étape construire une suite disjointe d'ensembles mesurables (X_n) de Ω, avec $\mu(\bigcup_n X_n) = 1$, telle que si on pose $A_n = \{g\chi_{A_n}, g \in A\}$, chaque E_{X_n} soit le dual de A_n muni de la norme induite par E'. Désignons par G le sous-espace engendré par les A_n dans E', muni de la norme induite par E'. Cet espace est réticulé. On va montrer que E est le dual de G. Il suffit pour cela de montrer que la boule unité positive C de E est $\sigma(E,G)$ compacte. Soit (f_n) une suite C. Il existe une sous-suite (f'_n) telle que pour tout p, la projection $g_{p,n}$ de f'_n

sur E_{X_p} converge vers un élément $h_p \in E_{X_p}$ pour $\sigma(E_{X_p}, A_p)$. Fixons k. Si $\Sigma_{p \leq k} h_p \neq C$, la deuxième étape montre qu'il existe $g \in A$ avec $N(g) \leqq 1$ et $g(\Sigma_{p \leq k} h_p) > 1$. Si $g' = g\chi_V$, où $V = \bigcup_{p \leq k} X_k$, on a $g' \in G$ et $g'(\Sigma_{p \leq k} h_p) > 1$, ce qui est absurde puisque $g'(f'_n) \leqq N(g') \cdot \|f'_n\| \leqq 1$ pour tout n. On a donc $\Sigma_{p \leq k} h_p \in C$ pour tout k. Puisque la suite $(\Sigma_{p \leq k} h_p)_k$ est croissante, et puisque E ne contient pas c_0, son sup f est dans C, et il est clair que $f'_n \to f$ pour $\sigma(E, G)$. La preuve est terminée.

REMARQUE. Ce résultat ne s'étends pas au cas non séparable.

BIBLIOGRAPHIE

1. J. Bourgain et F. Delbaen, *A special class of $\mathcal{L}_\infty$ spaces*, Acta Math. **145** (1980), 155–176.

2. J. Bourgain et M. Talagrand, *Dans un espace réticulé, la propriété Krein–Milman et celle de Radon–Nikodym sont équivalentes*, Proc. Am. Math. Soc. **81** (1981), 93–96.

3. N. Ghoussoub et M. Talagrand, *Order dentability and the Radon–Nikodym property in Banach lattices*, Math. Ann. **243** (1979), 217–225.

4. J. Lindenstrauss et L. Tzafriri, *Classical Banach Spaces II*, Springer-Verlag, 1979.

5. H. P. Lotz, *The Radon–Nikodym property in Banach lattices*, to appear.

6. P. N. McCartney et R. C. O'Brien, *A separable Banach space with the Radon–Nikodym property which is not isomorphic to a subspace of a separable dual*, Proc. Am. Math. Soc. **78** (1979), 40–42.

7. M. Talagrand, *Sur la propriété de Radon–Nikodym dans les espaces réticulés*, C. R. Acad. Sci. Paris **288** (1979), 907–910.

8. M. Talagrand, *Dual Banach lattices and Banach lattices with the Radon–Nikodym property*, Isr. J. Math. **38** (1981), 46–50.

EQUIPE D'ANALYSE
UNIVERSITÉ PARIS VI
4, PLACE JUSSIEU
75230 — PARIS CEDEX 05, FRANCE